ARMS
ACADEMY

Estimation and Confidence Intervals

Chapter 1

Our Groups

قناة الاكاديمية

Telegram

Concepts of Estimation
مفاهيم التقدير

Point and Interval Estimators
مُقدرات النقطة والفترة

ARMS ACADEMY

Point Estimator مُقدر النقطة

is the statistic, computed from sample information, which is used to estimate the value of an unknown parameter using a single value or point

مُقدر النقطة هو الإحصاء المحسوب من بيانات العينة, والذي يُستخدم لتقدير قيمة معلمة غير معلومة باستخدام قيمة واحدة أو نقطة واحدة

Remark

The sample mean, $\bar{x}$, is not the only point estimate of a population parameter. For example, $\hat{p}$, a sample proportion, is a point estimate of p, the population proportion; and s, the sample standard deviation, is a point estimate of σ, the population standard deviation.

إن وسط العينة, $\bar{x}$, ليس هو المُقدر النقطي الوحيد لمعلمة المجتمع.
على سبيل المثال, $\hat{p}$, وهي نسبة العينة, تُعد مُقدر نقطة لـ p, نسبة المجتمع؛ و s, وهو الانحراف المعياري للعينة, يُعد مُقدر نقطة لـ σ, الانحراف المعياري للمجتمع

Example

Recent financial initiatives in Saudi Arabia emphasize the importance of savings and investment for improving overall financial health and wellbeing, particularly in securing long-term financial stability.
The director of finance at Saudi Aramco, a leading energy company, wants to estimate the average amount of savings employees have accumulated over the past year.
A sample of 70 employees reveals that the mean savings amount last year was SAR 25,000.

What is the point estimate of the unknown population mean?

تؤكد المبادرات المالية الحديثة في المملكة العربية السعودية على أهمية الادخار والاستثمار لتحسين الصحة والرفاهية المالية العامة, ولا سيما في تأمين الاستقرار المالي طويل الأجل.
يريد مدير المالية في شركة أرامكو السعودية, وهي شركة رائدة في مجال الطاقة, تقدير متوسط مبلغ الادخار الذي تراكم لدى الموظفين خلال العام الماضي.
أظهرت عينة مكونة من 70 موظفاً أن متوسط مبلغ الادخار العام الماضي كان 25,000 ريال سعودي.
ما هو التقدير النقطي لمتوسط المجتمع غير المعلوم؟

Solution:

The sample mean = SAR 25,000

The point estimate of the unknown population mean is the sample mean (SAR 25,000)

التقدير النقطي لمتوسط المجتمع غير المعلوم هو وسط العينة (25,000 ريال سعودي).

Interval Estimator or Confidence Interval Estimator

مُقدر الفترة أو مُقدر فترة الثقة

- is a range of values constructed from sample data so that the population parameter is likely to occur within that range at a specified probability.
- The specified probability is called the level of confidence

مُقدر الفترة هو مدى من القيم يتم إنشاؤه من بيانات العينة بحيث يُحتمل أن تقع معلمة المجتمع ضمن ذلك المدى باحتمال محدد.
يُسمى هذا الاحتمال المحدد بمستوى الثقة

ARMS ACADEMY

- In general the level of confidence is denoted by 1-α.
  The most used levels are 90%,95%, 99%

بشكل عام, يُرمز لمستوى الثقة بالرمز 1 - α.
وأكثر المستويات استخداماً هي 90%, 95%, 99%

The level of significance

مستوى الدلالة المعنوية

- denoted by α is the probability that the population parameter is not in that interval estimator, for example 10%,%5,1%

المشار إليه بالرمز α هو احتمال ألا تقع معلمة المجتمع ضمن مُقدر الفترة ذلك
على سبيل المثال 10%, 5%, 1%.

Example 1

In assessing the financial risks associated with a new construction project in Saudi Arabia, we estimate that the average cost overrun is SAR 150,000.
The range of this estimate might be from SAR 140,000 to SAR 160,000.
We can describe how confident we are that the actual cost overrun will fall within this interval.
For instance, we might say that we are 90% confident that the cost overrun for the project will be between SAR 140,000 and SAR 160,000.

عند تقييم المخاطر المالية المرتبطة بمشروع بناء جديد في المملكة العربية السعودية, نقدر أن متوسط تجاوز التكاليف يبلغ 150,000 ريال سعودي.
وقد يتراوح مدى هذا التقدير من 140,000 ريال سعودي إلى 160,000 ريال سعودي.
يمكننا وصف مدى ثقتنا في أن تجاوز التكاليف الفعلي سيقع ضمن هذه الفترة.
على سبيل المثال, قد نذكر أننا واثقون بنسبة 90% من أن تجاوز التكاليف للمشروع سيكون بين 140,000 ريال سعودي و 160,000 ريال سعودي

Remark : Factors Affecting Confidence Interval Estimates

العوامل المؤثرة على تقديرات فترة الثقة

The factors that determine the width of a confidence interval are:

العوامل التي تحدد عرض فترة الثقة هي

1. The **sample size**, n. حجم العينة
2. The **variability in the population**, usually σ estimated by s.

التباين في المجتمع, عادة σ والمُقدر بـ s

3. The desired **level of confidence.** مستوى الثقة المطلوب

Interval Estimates - Interpretation تقديرات الفترة - التفسير

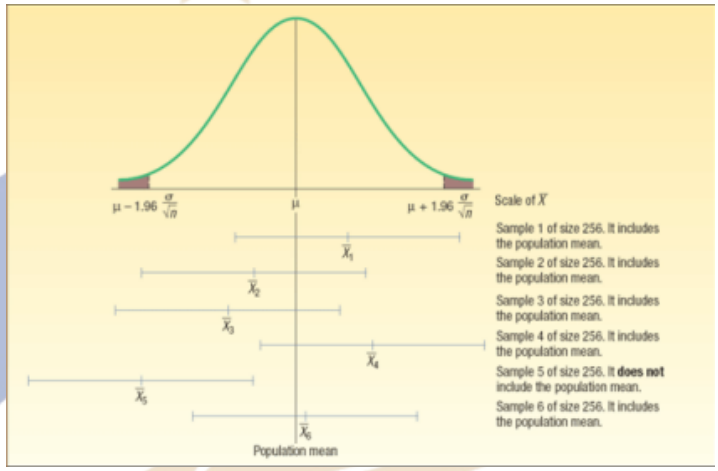
For a 95% confidence interval about 95% of the similarly constructed intervals will contain the parameter being estimated.

بالنسبة لفترة ثقة 95%, فإن حوالي 95% من الفترات المنشأة بطريقة مماثلة ستحتوي على المعلمة المراد تقديرها

Example 1

95% of the sample means for a specified sample size will lie within 1.96 standard deviations of the hypothesized population

95% من أوساط العينات لحجم عينة محدد ستكون واقعة ضمن 1.96 انحراف معياري من متوسط المجتمع المفترض



Estimating the Population Mean
تقدير متوسط المجتمع

We represent the Confidence Interval of the estimator as

نمثل فترة الثقة للمُقدر بالشكل

$$\mu^* = \bar{X} \pm Me$$

Me is called the margin of error.

Here the e is the standard error.

It is depending on the size of the sample, and the standard deviation is known or unknown and M is depending on the distribution.

More precisely, we have the following summarizing table

يُسمى Me بهامش الخطأ. هنا تعبر e عن الخطأ المعياري، وهو يعتمد على حجم العينة وما إذا كان الانحراف المعياري معلومًا أو غير معلوم, بينما تعتمد M على التوزيع. وبشكل أكثر دقة, لدينا الجدول الملخص التالي:

Sample size	Population Variance	Distribution used	Standard Value	Standard error
Large $n \geq 30$	known	Normal	$Z_{\alpha/2}$	$\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
	unknown	Normal	$Z_{\alpha/2}$	$\frac{s}{\sqrt{n}}$
Small $n < 30$	known	Normal	$Z_{\alpha/2}$	$\frac{\sigma^2}{n}\left(\frac{N-1}{n-1}\right)$
	unknown	Student (t)	$t_{n-1,\alpha/2}$	$\frac{s}{\sqrt{n}}$

Z α/2 is the standard value for which the area at the right is equal to α/2 for the Standard Normal Distribution

Z α/2 هي القيمة المعيارية التي تكون المساحة على يمينها مساوية لـ α/2 بالنسبة للتوزيع الطبيعي المعياري.

t n-1, α/2 is the standard value for which the area at the right is equal α/2 to for the t Distribution of degree of freedom n-1

t n-1, α/2 هي القيمة المعيارية التي تكون المساحة على يمينها مساوية لـ α/2 بالنسبة لتوزيع t بدرجات حرية n-1.

Confidence interval for the population mean μ

فترة الثقة لمتوسط المجتمع μ

Sample size	Population Variance	Confidence Interval
Large $n \geq 30$	known	$\mu = \bar{X} \pm Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
	unknown	$\mu = \bar{X} \pm Z_{\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}}$
Small $n < 30$	known	$\mu = \bar{X} \pm Z_{\alpha/2}\frac{\sigma^2}{n}\left(\frac{N-1}{n-1}\right)$
	unknown	$\mu = \bar{X} \pm t_{n-1,\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}}$

Four Commonly Used Confidence Levels and $z_{\alpha/2}$

$1-\alpha$	α	$\alpha/2$	$Z_{\alpha/2}$
0.90	0.1	0.05	1.645
0.95	0.05	0.025	1.96
0.98	0.02	0.01	2.33
0.99	0.01	0.005	2.575

Example 2

An economic analyst wishes to investigate the average household expenditure on utilities in a certain region of Saudi Arabia.
A sample of 10 households over a year revealed a sample mean monthly expenditure of SAR 1,200 with a standard deviation of SAR 300.
Construct a 95 percent confidence interval for the population mean.
Would it be reasonable for the analyst to conclude that the population mean monthly expenditure on utilities is SAR 1,150?

يرغب محلل اقتصادي في دراسة متوسط إنفاق الأسرة على الخدمات والمرافق في منطقة معينة بالمملكة العربية السعودية.
أظهرت عينة مكونة من 10 أسر على مدار عام أن متوسط الإنفاق الشهري للعينة يبلغ 1,200 ريال سعودي بانحراف معياري قدره 300 ريال سعودي.
أنشئ فترة ثقة بنسبة 95 بالمائة لمتوسط المجتمع.
هل سيكون من المعقول للمحلل أن يستنتج أن متوسط الإنفاق الشهري للمجتمع على الخدمات والمرافق هو 1,150 ريال سعودي؟

Solution:

Given in the problem: المعطيات في المسألة

n = 10, $\bar{X}$ = 1200, s = 300

The level of confidence is 1 – α = 95% = 0.95 مستوى الثقة هو

Since the variance is unknown, then we use the t- distribution, and we have

بما أن التباين غير معلوم, فإننا نستخدم توزيع t, ولدينا

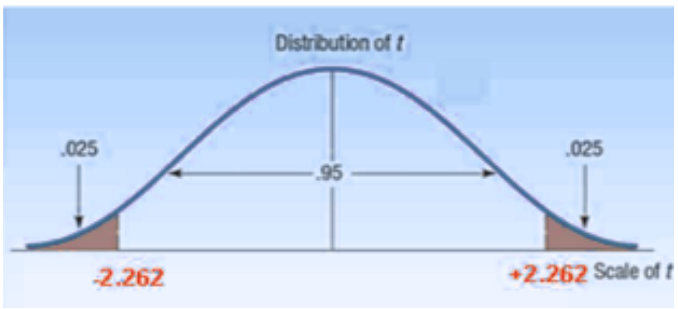
$$\mu = \bar{X} \pm t_{n-1,\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}} = 1200 \pm t_{9,0.025}\frac{300}{\sqrt{10}}$$

μ = 1200 ± 214.592 = (985.408,1414.592)

We conclude that the economic analyst can be reasonably sure (95% confident) that the population mean monthly expenditure on utilities is between 985.408 and 1414.592 SAR

نستنتج أن المحلل الاقتصادي يمكنه أن يكون متأكداً بدرجة معقولة (بمستوى ثقة 95%) من أن متوسط الإنفاق الشهري للمجتمع على الخدمات والمرافق يتراوح بين 985.408 و 1414.592 ريال سعودي.

	Confidence Intervals				
	80%	90%	95%	98%	99%
	Level of Significance for One-Tailed Test				
df	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005
	Level of Significance for Two-Tailed Test				
	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169



Example 3

Al-Shawarma Express is a franchise fast-food restaurant chain located in the Eastern Province of Saudi Arabia, specializing in shawarma wraps, falafel sandwiches, and grilled chicken plates. Fresh juices and French fries are also available.
The Marketing Department of Al-Shawarma Express LLC reports that the distribution of daily sales for their restaurants follows the normal distribution and that the population standard deviation is SAR11,250.
A sample of 40 franchises showed the mean daily sales to be SAR 75,000.
Develop a 95% confidence interval for the population mean of daily sales.
Interpret the confidence interval.

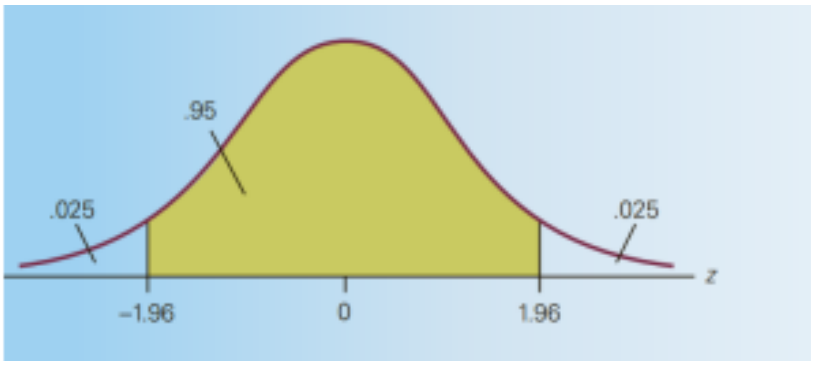
الشاورما إكسبرس هي سلسلة مطاعم وجبات سريعة بنظام الامتياز التجاري تقع في المنطقة الشرقية بالمملكة العربية السعودية, وتتخصص في لفائف الشاورما, وساندويتشات الفلافل, وأطباق الدجاج المشوي.
وتتوفر لديها أيضاً العصائر الطازجة والبطاطس المقلية.
يقدم قسم التسويق في شركة الشاورما إكسبرس ذ.م.م تقريراً يفيد بأن توزيع المبيعات اليومية لمطاعمهم يتبع التوزيع الطبيعي وأن الانحراف المعياري للمجتمع يبلغ 11,250 ريال سعودي.
أظهرت عينة مكونة من 40 فرع امتياز أن متوسط المبيعات اليومية يبلغ 75,000 ريال سعودي.
أنشئ فترة ثقة بنسبة 95% لمتوسط المجتمع للمبيعات اليومية. فسر فترة الثقة.

Solution:

Given in the problem:
n = 40, $\bar{X}$ = 75000, σ = 11250
The level of confidence is 1 – α = 95% = 0.95
Since the variance is known, then we use the Normal distribution, and we have

$$\mu = \bar{X} \pm Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 75000 \pm Z_{0.025}\frac{11250}{\sqrt{40}}$$

Z 0.025 = 1.96 *so*
μ = 75,000 ± 3486.41 = (71513.59,78486.41)
We can be 95% confident that the true population mean of daily sales for Al-Shawarma Express franchises in the Eastern Province of Saudi Arabia falls between SAR 71,513.59 and SAR 78,486.41. يمكننا أن نكون واثقين بنسبة 95% من أن متوسط المجتمع الحقيقي للمبيعات اليومية لفروع الشاورما إكسبرس في المنطقة الشرقية بالمملكة العربية السعودية يقع بين 71,513.59 و 78,486.41 ريال سعودي.



Example 4 (Excel workbook)

The manager of the Inlet Square Mall, near Ft. Myers, Florida, wants to estimate the mean amount spent per shopping visit by customers.

A sample of 20 customers reveals the following amounts spent.

يريد مدير مركز إنلت سكوير مول التجارية، بالقرب من فورت مايرز بفلوريدا، تقدير متوسط المبلغ الذي ينفقه العملاء في كل زيارة تسوق.
أظهرت عينة مكونة من 20 عميلاً المبالغ المنفقة التالية

$ 48.16	$ 42.22	$ 46.82	$ 51.45	$ 23.78	$ 41.86	$ 54.86
37.92	52.64	48.59	50.82	46.94	61.83	61.69
49.17	61.46	51.35	52.68	58.84	43.88	

Determine a 95% confidence interval. Interpret the result.

Would it be reasonable to conclude that the population mean is $50? What about $60? حدد فترة ثقة بنسبة 95%. فسر النتيجة. هل سيكون من المعقول الاستنتاج بأن متوسط المجتمع يبلغ 50 دولارات؟ وماذا عن 60 دولاراً؟

Solution:

Instructions:

1- Open the sheet Example4 from the Excel Workbook Chapter1, calculate the sample mean and the sample standard deviation

افتح الورقة Example4 من مصنف إكسل Chapter1، واحسب وسط العينة والانحراف المعياري للعينة

2- Use the command CONFIDENCE.T to find the margin of error then deduce the lower and upper limit of the confidence interval estimator

استخدم الأمر CONFIDENCE.T لإيجاد هامش الخطأ ثم استنتج الحد الأدنى والحد الأعلى لمُقدر فترة الثقة

t-estimate of a Mean			
Sample Mean	49.348	Confidence interval estimate	
Sample Standard deviation	9.012111	Margin of Error	=CONFIDENCE.T(1-J11,J9,J10)
Sample size	20	Lower Confidence limit	CONFIDENCE.T(alpha, standard_dev, size)
Confidence level	95%	Upper Confidence limit	53.5658

The manager of Inlet Square wondered whether the population mean could have been $50 or $60. تساءل مدير إنلت سكوير عما إذا كان يمكن أن يكون متوسط المجتمع 50 دولاراً أو 60 دولاراً

t-estimate of a Mean			
Sample Mean	49.348	Confidence interval estimate	
Sample Standard deviation	9.012111	Margin of Error	4.217798
Sample size	20	Lower Confidence limit	45.1302
Confidence level	95%	Upper Confidence limit	53.5658

The confidence interval is (45.13,53.57)

The value of $50 is within the confidence interval.

It is reasonable that the population mean could be $50.

The value of $60 is not in the confidence interval.

Hence, we conclude that the population mean is unlikely to be $60.

Example 5: (Excel workbook)

Because of different sales ability, experience, and devotion, the incomes of real estate agents vary considerably.
Suppose that in a large city the annual income is normally distributed with a standard deviation of $15,000.
A random sample of 60 real estate agents was asked to report their annual income (in $1,000).
The responses are saved in sheet Example 5. Determine the 99% confidence interval estimate of the mean annual income of all real estate agents in the city

نظرًا لاختلاف قدرات المبيعات والخبرة والتفاني، تفاوتاً كبيراً، تتفاوت الدخول لدى وكلاء العقارات.
افترض أنه في مدينة كبيرة، يكون الدخل السنوي موزعاً توزيعاً طبيعياً بانحراف معياري قدره 15,000 دولار.
طُلِب من عينة عشوائية مكونة من 60 وكيلاً عقارياً الإبلاغ عن دخلهم السنوي (بآلاف الدولارات).
تم حفظ الإجابات في الورقة Example 5.
حدد تقدير فترة الثقة بنسبة 99% لمتوسط الدخل السنوي لجميع وكلاء العقارات في المدينة

Solution:

Instructions:

1- **Open the sheet Example5 from the Excel Workbook Chapter1, calculate the sample mean**
2- **Use the command CONFIDENCE.NORM to find the margin of error then deduce the lower and upper limit of the confidence interval estimator**

Z-estimate of a Mean			
Sample Mean	76.15	Confidence interval estimate	
Population Standard deviation	15	Margin of Error	=CONFIDENCE.NORM(1-E7,E5,E6)
Sample size	60	Lower Confidence limit	71.16193
Confidence level	99%	Upper Confidence limit	81.13807

CONFIDENCE.NORM(alpha, standard_dev, size)

Z-estimate of a Mean			
Sample Mean	76.15	Confidence interval estimate	
Population Standard deviation	15	Margin of Error	4.988072
Sample size	60	Lower Confidence limit	71.16193
Confidence level	99%	Upper Confidence limit	81.13807

The confidence interval of the mean annual income of all real estate agents in the city is (71.16,81.14)

Exercise 1:

An insurance company in Saudi Arabia conducted a study to determine the average claim amount for car accidents in Riyadh. A random sample of 50 claim amounts was collected and the mean was computed to be 26.75 minutes.

An analysis of these claim amounts reveals that they are normally distributed with a standard deviation of SAR 8,000.

Estimate with 95% confidence the mean claim amount for all car accidents in Riyadh.

What do your results tell you about the financial risk associated with car accident claims?

أجرت شركة تأمين في المملكة العربية السعودية دراسة لتحديد متوسط مبلغ المطالبة لحوادث السيارات في الرياض.

تم جمع عينة عشوائية مكونة من 50 مبلغ مطالبة وحُسب المتوسط ليكون 26.75 دقيقة.

يظهر تحليل مبالغ المطالبات هذه أنها موزعة توزيعاً طبيعياً بانحراف معياري قدره 8,000 ريال سعودي.

قدّر بثقة 95% متوسط مبلغ المطالبة لجميع حوادث السيارات في الرياض.

ماذا تخبرك نتائجك عن المخاطر المالية المرتبطة بمطالبات حوادث السيارات؟

Estimating the Population proportion
تقدير نسبة المجتمع

PROPORTION: النسبة

is the fraction, ratio, or percent indicating the part of the sample or the population having a particular trait of interest

هي الكسر، أو النسبة المئوية، أو المعدل الذي يشير إلى الجزء من العينة أو المجتمع الذي يمتلك صفة معينة محل الاهتمام

Point estimator of Population proportion

مُقدِّر النقطة لنسبة المجتمع

If we let p̂ represent the sample proportion, x the number of "successes," and n the number of items sampled

we can determine a sample proportion as follows

إذا رمزنا بـ p̂ لنسبة العينة، و x لعدد حالات "النجاح"، و n لعدد عناصر العينة، فيمكننا تحديد نسبة العينة على النحو التالي

$$\hat{p} = \frac{x}{n}$$

Example:

a recent survey at a company in Saudi Arabia indicated that 92 out of 100 employees were satisfied with the company's new flexible working hours policy during Ramadan.

What is the sample proportion?

أشار مسح أُجري مؤخراً في إحدى الشركات بالمملكة العربية السعودية إلى أن 92 من أصل 100 موظف كانوا راضين عن سياسة ساعات العمل المرنة الجديدة في الشركة خلال شهر رمضان. ما هي نسبة العينة؟

Solution:

The sample proportion is 92/100, or 0.92, or 92%.

نسبة العينة هي

Confidence Interval for Population proportion فترة الثقة لنسبة المجتمع

If we denote p the Population proportion and $\hat{p}$ the sample proportion, and n the number of items sampled, then the Confidence interval is given by

إذا رمزنا بـ p لنسبة المجتمع و $\hat{p}$ لنسبة العينة, و n لعدد عناصر العينة, فإن فترة الثقة تُعطى بواسطة

$$p = \hat{p} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

Remark

- The values np and n(1 – p) should both be greater than or equal to 5. So that we can employ the standard normal distribution, that is, z, to complete a confidence interval. يجب أن تكون قيمتا np و n(1 - p) أكبر من أو تساوي 5. وذلك لكي نتمكن من استخدام التوزيع الطبيعي المعياري، أي z، لإكمال فترة الثقة

Example 6 :

A market research consultant was hired to estimate the proportion of households in Riyadh that associate the brand name of a popular oud-scented air freshener with its distinctive bottle design.

The consultant randomly selected 1,400 households in Riyadh. From the sample, 420 were able to identify the brand by name based only on the shape and design of the bottle.

Develop a 99% confidence interval for the population proportion.

تم الاستعانة بمستشار أبحاث تسويقية لتقدير نسبة الأسر في الرياض التي تربط بين الاسم التجاري لمنتج معطر جو شهير برائحة العود وتصميمه المميز للزجاجة. اختار المستشار عينة عشوائية مكونة من 1,400 أسرة في الرياض. من هذه العينة, تمكنت 420 أسرة من التعرف على العلامة التجارية بالاسم بناءً فقط على شكل الزجاجة وتصميمها. أنشئ فترة ثقة بنسبة 99% لنسبة المجتمع.

Solution 6 :

n=1400, x=420

Confidence level=99%, so α =1% and $z_{\frac{\alpha}{2}}$=2.575

$$\hat{p} = \frac{x}{n} = \frac{420}{1400} = 0.3$$

$$p = \hat{p} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 0.3 \pm 0.012 = (0.288, 0.312)$$

Exercise 1:

Al-Madina Printing Co. purchases ceramic mugs and imprints them with calligraphy and designs for Ramadan, Eid celebrations, national day, and other special occasions.

Ahmed Al-Harbi, the owner, received a large shipment this morning from a new supplier in China.

To ensure the quality of the shipment, he selected a random sample of 300 mugs and inspected them for defects. He found 15 to be defective.

a. What is the estimated proportion of defective in the population?

b. Develop a 95% confidence interval for the proportion defective.

c. Ahmed has an agreement with his supplier that if 10% or more of the mugs are defective, he can return the order. Should he return this lot? Explain your decision.

تشتري شركة المدينة للطباعة أكواباً من السيراميك وتطبع عليها زخارف ورسومات للخط العربي لمناسبات رمضان والعيد واليوم الوطني والمناسبات الخاصة الأخرى.

استلم أحمد الحربي، مالك الشركة، شحنة كبيرة هذا الصباح من مورد جديد في الصين.

وللتحقق من جودة الشحنة، اختار عينة عشوائية مكونة من 300 كوب وفحصها للكشف عن العيوب، فوجد 15 كوباً معيباً.

أ. ما هي النسبة المقدرة للأكواب المعيبة في المجتمع؟

ب. أنشئ فترة ثقة بنسبة 95% لنسبة الأكواب المعيبة.

ج. لديل لدى أحمد اتفاق مع مورّده ينص على أنه إذا كانت نسبة الأكواب المعيبة 10% أو أكثر، فيمكنه إرجاع الطلبية. هل ينبغي له إرجاع هذه الشحنة؟ فسر قرارك.

Determining the Sample Size
تحديد حجم العينة

ARMS ACADEMY

Determining the Sample Size to Estimate the Population Mean
تحديد حجم العينة لتحديد متوسط المجتمع

The determination of the sample size n to Estimate the Population Mean is based on three variables:

يعتمد تحديد حجم العينة n لتقدير متوسط المجتمع على ثلاثة متغيرات:

1. The margin of error the researcher will tolerate.
2. The level of confidence desired, for example, 95%.
3. The variation or dispersion of the population being studied.

1. هامش الخطأ الذي يرغب الباحث في تحمله
2. مستوى الثقة المطلوب، على سبيل المثال، 95%.
3. التباين أو التشتت في المجتمع محل الدراسة.

If the variance is known إذا كان التباين معلوماً

$$n = \frac{(Z\alpha_{/2})^2 \sigma^2}{E^2}$$

If the variance is unknown, then إذا كان التباين مجهولاً، فإن

$$n = \frac{(Z\alpha_{/2})^2 s^2}{E^2}$$

where:

n is the size of the sample. هو حجم العينة

Z_(α/2) is the standard normal z-value corresponding to the desired level of confidence. هي قيمة z الطبيعية المعيارية المقابلة لمستوى الثقة المطلوب

E is the maximum allowable error. هو الحد الأقصى للخطأ المسموح به

Example 6 :

A student in public administration wants to estimate the mean monthly allowance of Shura Council members in Saudi Arabia. He can tolerate a margin of error of 375 SAR in estimating the mean. He would also prefer to report the interval estimate with a 95% level of confidence. The student found a report by the Ministry of Human Resources and Social Development that reported a standard deviation of 3,750 SAR.

What is the required sample size?

يريد طالب في الإدارة العامة تقدير متوسط البدل الشهري لأعضاء مجلس الشورى في المملكة العربية السعودية. يمكنه تحمل هامش خطأ قدره 375 ريالاً سعودياً في تقدير المتوسط. كما يفضل أن يعلن عن تقدير الفترة بمستوى ثقة 95%.
وجد الطالب تقريراً صادراً عن وزارة الموارد البشرية والتنمية الاجتماعية يفيد بأن الانحراف المعياري يبلغ 3,750 ريالاً سعودياً.
ما هو حجم العينة المطلوب؟

Solution

n : the size of the sample.

Confidence level=95%, so $\alpha = 5\%$ and $z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

E =SAR 375, σ=SAR 3,750.

$$n = \frac{(Z\alpha_{/2})^2\sigma^2}{E^2} = (\frac{1.96 \times 3750}{375})^2 = 384.16$$

Since we can't have a fractional sample size, we round up to the nearest whole number.

Therefore, the required sample size is 385 Shura Council members.

بما أنه لا يمكن أن يكون لدينا حجم عينة كسري، فإننا نقوم بالتقريب لأعلى إلى أقرب عدد صحيح.
بناءً على ذلك، فإن حجم العينة المطلوب هو 385 عضواً من أعضاء مجلس الشورى

Exercise 3:

An insurance company in Saudi Arabia wants to estimate the average claim amount for car accidents in a specific region.
Claim amounts range from SAR 1,000 to SAR 100,000.
The estimate of the population mean claim amount should be within plus or minus SAR 500 of the population mean.
Based on historical data, the population standard deviation is SAR 2,500.
Using a 95% level of confidence, how many claim records need to be selected?

تريد شركة تأمين في المملكة العربية السعودية تقدير متوسط مبلغ المطالبة لحوادث السيارات في منطقة معينة.
تتراوح مبالغ المطالبات بين 1,000 ريال سعودي و100,000 ريال سعودي.
يجب أن يكون تقدير متوسط مبلغ المطالبة للمجتمع في حدود زائد أو ناقص 500 ريال سعودي من متوسط المجتمع.
وبناءً على البيانات التاريخية, يبلغ الانحراف المعياري للمجتمع 2,500 ريال سعودي.
باستخدام مستوى ثقة 95%, كم عدد سجلات المطالبات التي يجب تحديدها؟

$$n = \left(\frac{Z_{\alpha/2}}{E}\right)^2 p(1-p)$$

where:

n is the size of the sample.
Z_(α/2) is the standard normal z-value corresponding to the desired level of confidence.
E is the maximum allowable error.
p is the population proportion.

Remark

If a reliable value cannot be determined with a pilot study or found in a comparable study, then a value of .50 can be used for p.

إذا لم يتمكن من تحديد قيمة موثوقة من خلال دراسة استطلاعية أو العثور عليها في دراسة مقارنة, فيمكن استخدام القيمة 0.50 للرمز p

Example 8 :

An economist wants to estimate the proportion of businesses in a specific industry that are currently experiencing a decline in sales.

The economist wants to estimate the population proportion with a margin of error of 0.10, prefers a level of confidence of 90%, and has no estimate for the population proportion.

What is the required sample size?

أنشئ اقتصادياً تقدير نسبة الشركات في قطاع معين التي تشهد حالياً انخفاضاً في المبيعات.
يرغب الاقتصادي في تقدير نسبة المجتمع بهامش خطأ قدره 0.10, ويفضل مستوى ثقة 90%, ولا يملك أي تقدير لنسبة المجتمع.
ما هو حجم العينة المطلوب؟

Solution

n : the size of the sample.

Confidence level=90%, so $\alpha = 10\%$ and $z_{\frac{\alpha}{2}}$ =1.645

E =0.1, p=0.5.

$$n = \left(\frac{Z_{\alpha/2}}{E}\right)^2 p(1-p) = \left(\frac{1.645}{0.1}\right)^2 \times 0.5 \times (1-0.5) = 67.65$$

Since we can't have a fractional sample size, we round up to the nearest whole number.

Therefore, the required sample size is 68 businesses.

بما أنه لا يمكن أن يكون لدينا حجم عينة كسري, فإننا نقوم بالتقريب لأعلى إلى أقرب عدد صحيح.
بناءً على ذلك, فإن حجم العينة المطلوب هو 68 شركة

Exercise 4:

Previous studies indicate that 30% of Saudi Arabian consumers are satisfied with the quality of locally produced goods.

The Saudi Standards, Metrology, and Quality Control Organization (SASO) wants to update this percentage.

How many consumers should be randomly selected to estimate the population proportion with a 90% confidence level and a 1% margin of error?

تشير الدراسات السابقة إلى أن 30% من المستهلكين في المملكة العربية السعودية راضون عن جودة السلع المصنعة محلياً.
ترغب الهيئة السعودية للمواصفات والمقاييس والجودة (SASO) في تحديث هذه النسبة.
كم عدد المستهلكين الذين يجب اختيارهم عشوائياً لتقدير نسبة المجتمع بمستوى ثقة 90% وهامش خطأ 1%؟

ARMS
ACADEMY

Estimation and Confidence Intervals

Chapter 1

استثمر في تعليمك اليوم ،لتحصد ثمار ذلك غداً

Our Groups

قناة الاكاديمية

Telegram